



باسمه تعالی
جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش



اداره کل آموزش و پرورش استان البرز ناحیه ۱ کرج

امتحانات پایانی نوبت اول مجتمع آموزشی سلاله سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴

نام و نام خانوادگی:	آزمون درس:	نمره به عدد:
نام دبیر:	تاریخ آزمون:	نمره به حروف:
کلاس:	مدت آزمون:	تعداد صفحات: صفحه
شماره صندلی:		

سوال	بارم
------	------

۱- جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

الف) شرط لازم و کافی برای اینکه ماتریس مربعی A وارون پذیر باشد آن است که دترمینان ماتریس A مخالف صفر باشد.

ب) مکان هندسی، مجموعه نقاطی از صفحه (یا فضا) است که همه آن ها یک برابر داشته باشند و همچنین هر نقطه که آن ویژگی را داشته باشد عضو این مجموعه باشد.

پ) در حالتی که خروج از مرکز بیضی برابر صفر باشد بیضی تبدیل به یک دایره می شود.

۲- درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف) در حالت کلی حاصل ضرب ماتریس ها خاصیت جا به جایی دارد. $\times$

ب) اگر A یک ماتریس 3×3 و $|A| = 2$ باشد آنگاه $\checkmark$

$$|2A| = 2^3 |A| = 2^3 \times 2 = 2^4 = 16$$

$$|2A| = 16$$

است.

۳- اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 2}$ به صورت زیر معرفی شده باشد ماتریس A را بنویسید.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}_{3 \times 2}$$

$$a_{ij} = \begin{cases} i^2 - 1 & i = j \\ i - j & i > j \\ j - i & i < j \end{cases}$$

۴- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}$ در این صورت $|AB|$ و $|BA|$ را به دست آورید. (۱/۵ نمره)

$$A \times B = \begin{bmatrix} 5 \end{bmatrix} \quad |A| = 5$$

$$B = \begin{bmatrix} -2 & -4 & -6 \\ -1 & -2 & -3 \\ 3 & 6 & 9 \end{bmatrix} \quad |B| = 0$$

۵- دستگاه $\begin{cases} 3x - 4y = 1 \\ -x + 2y = 1 \end{cases}$ را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید. (۱/۵ نمره)

$$\begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$A \cdot X = B$$

$$X = A^{-1} \cdot B$$

$$X = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

۶- در ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ مجموع درایه های A^{-1} را به دست آورید. (نمره ۲)

$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

۸×۲۹ = ۲۴×۲۹ = ۲۴

۷- ثابت کنید وارون ماتریس A منحصر به فرد است. (نمره ۲)

$AB = BA = I$ فرض می‌کنیم B وارون ماتریس A است

$AC = CA = I$ C نیز وارون ماتریس A است

$B = B \cdot I = BAC = I \cdot C = C$

۸- نقاط A و B و C در صفحه مفروض اند. نقطه ای بیابید که از A و B به یک فاصله و از C به فاصله ۳ سانتی متر باشد.

(نمره ۱) ابتدا محور مختصات AB را رسم می‌کنیم

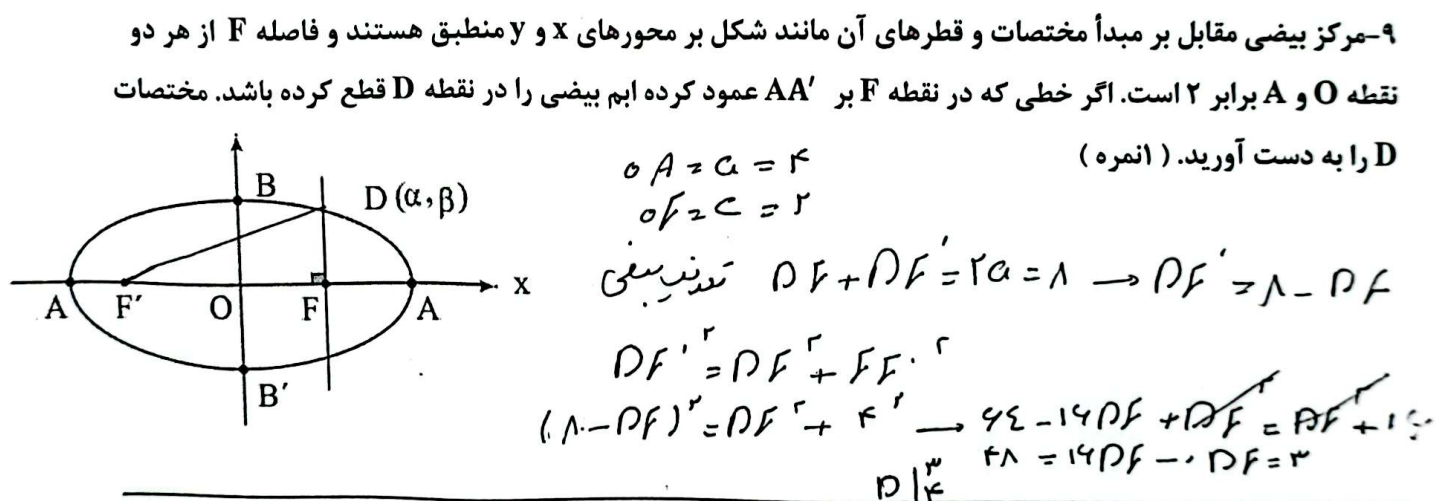
سپس دایره ای که مرکز آن C و شعاع 3 را رسم می‌کنیم

محل برخورد این دایره با محور AB جواب مسئله است

جواب نادر

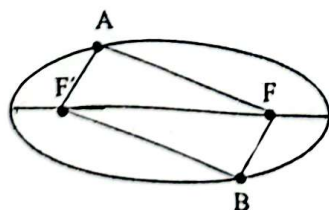
جواب

در جواب



۱۰- دو نقطه A و B مطابق شکل روی بیضی و نقاط F و F' کانون های بیضی اند. اگر $AF' = BF$ باشد ثابت کنید دو

پاره خط AF و BF' موازی اند. (۱/۵ نمره)



فرض: $AF' = BF$

حکم: $AF \parallel BF'$

تدوین بیضی

$AF + AF' = 2a$
 $BF + BF' = 2a$

$\therefore AF + AF' = BF + BF' \Rightarrow AF = BF'$

$AF = BF'$

فرض $AF' = BF$

موازی بودن

$AF \parallel BF'$



باسمه تعالی

جمهوری اسلامی ایران

وزارت آموزش و پرورش

اداره کل آموزش و پرورش استان البرز ناحیه ۱ کرج

امتحانات نوبت دوم مجتمع آموزشی سلاله سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

نام و نام خانوادگی:	آزمون درس:	نمره به عدد:
نام دبیر: سرکار خانم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۳/۱	نمره به حروف:
کلاس:	مدت آزمون: دقیقه	تعداد صفحات: صفحه

۱۱- اگر خروج از مرکز بیضی برابر $\frac{3}{4}$ و طول قطر کوچک بیضی ۱۶ باشد، طول قطر بزرگ بیضی و فاصله کانونی آن را

بدست آورید.

۱/۵

$$e = \frac{c}{a} = \frac{3}{4} \quad a^2 = c^2 + b^2 \rightarrow 16 = 9 + b^2 \rightarrow b = 5 \quad (1)$$

$$1, 2 \rightarrow a = 10 \rightarrow 2a = 20$$

$$c = 6 \rightarrow 2c = 12$$

$$2b = 10 \rightarrow b = 5 \quad (2)$$

۱۲- در نقطه $A(2, 3)$ روی دایره $X^2 + Y^2 - 2X - 2Y = 3$ مماسی رسم کرده ایم، معادله این خط مماس را به دست آورید.

۱/۵

$$O|_1 \quad R = \frac{1}{r} \sqrt{4 + 4 + 12} = 2\sqrt{5}$$

$$d \perp OA \rightarrow m_d = -\frac{1}{r}$$

$$y - 3 = -\frac{1}{r}(x - 2) \rightarrow y = -\frac{1}{r}x + 4$$

$$OA = \frac{1 - 3}{1 - 2} = \frac{-2}{-1} = 2$$

۱۳- معادله دایره ای را بنویسید که خطوط $X + Y = 1$ و $X - Y = 3$ شامل قطرهایی از آن بوده و خط $4X + 3Y = -5$ بر آن مماس باشد.

۲

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 3 \end{cases} \quad OH = R = \frac{|1 - 3 + 5|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{3}{5} = r$$

$$2x = 6 \quad x = 3 \quad y = -1 \Rightarrow O|_{-1}$$

$$(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 4$$

۱۴- دایره های $X^2 + Y^2 - 2X = 4$ و $X^2 + Y^2 = 4$ نسبت به هم چه وضعی دارند؟

۱/۵

$$O|_0 \quad R = 2$$

$$O'|_0 \quad R' = \frac{1}{r} \sqrt{4 + 0 + 16} = 2\sqrt{5}$$

$$d = OO' = \sqrt{1} = 1$$

$$d < |R - R'|$$

مماسیت متقاطع

۱۵- طول کوتاه ترین وتر گذرنده از نقطه $A(1, 1)$ در دایره $X^2 - 4X + Y^2 - 2Y = 4$ را حساب کنید.

۱/۵

$$x^2 + y^2 - 4x - 2y - 4 = 0$$

$$A(1, 1) \rightarrow 1 + 1 - 4 - 2 - 4 = -10$$

$$2\sqrt{10} = 4\sqrt{2}$$

طول کوتاه ترین وتر

جمع
۲۰